La Ineficacia Razonable de las Matemáticas

Por Derek Abbott

School of Electrical and Electronic Engineering The University of Adelaide, Adelaide, SA. 5005, *Australia*

La naturaleza de la relación entre las matemáticas y el mundo físico ha sido una fuente de debate desde la época de los pitagóricos, una escuela de pensamiento, que refleja las ideas de Platón, de que las matemáticas tienen su propia existencia. De esta posición se desprende la noción de que las formas matemáticas apuntalan el universo físico y están ahí esperando a ser descubiertas.

El punto de vista opuesto es que las formas matemáticas son objetos de la imaginación humana y los hacemos medida que avanzamos, elaborándolos a la medida para describir realidad. En 1921, este punto de vista condujo a Einstein a preguntarse, "¿Cómo es posible que las matemáticas, siendo después de todo un producto del pensamiento humano que es independiente de la experiencia, sean tan admirablemente apropiadas a los objetos de la realidad?"[1].

En 1959, Eugene Wigner acuñó la frase "la irracional eficacia de las matemáticas" para describir este "milagro", admitiendo que era algo que no podría penetrar [2]. El matemático Richard W. Hamming, cuyo trabajo ha sido profundamente influyente en las áreas de Ciencias de la computación e ingeniería electrónica, revisó esta cuestión en 1980 [3].

Hamming enunció cuatro propuestas interesantes que creía estaban a la altura al ofrecer una explicación concluyente [3]. Así, como Wigner delante de él, Hamming se resignaba a la idea de que las matemáticas son irrazonables y eficaces. Estos cuatro puntos son:

1) vemos lo que buscamos;

2) seleccionamos la clase de matemáticas que buscamos;

3) la ciencia responde de hecho comparativamente pocos problemas; y

4) la evolución del hombre provee el modelo.

En este artículo, se cuestiona el supuesto de que las matemáticas son eficaces como se ha afirmado y así eliminar el dilema del "Milagro" de Wigner, llevando a un punto de vista no Platonista1. También se revisan las cuatro proposiciones de Hamming y se muestra cómo pueden de hecho en gran medida explicar que no hay ningún milagro, dado el nivel reducido de eficacia de las matemáticas.

Se pedirá al lector un momento de indulgencia, donde vamos a presionar estas ideas al extremo, extendiendo a todas las leyes y modelos físicos. ¿Han sido ellos realmente cosificados?, Vamos a cuestionar su realidad absoluta y la pregunta: ¿hemos, en cierto sentido, generado un marco físico y matemático parcialmente antropocentrado del mundo que nos rodea?

¿Por qué debemos preocuparnos? Entre los científicos e ingenieros, están aquellos que se preocupan por estas cuestiones y están los que prefieren la actitud de "cállate y calcula". Vamos a intentar explicar por qué puede haber un rédito en la resolución de estas cuestiones filosóficas y como ello podría ayudar en nuestros futuros cálculos

I - Matemáticos, físicos e ingenieros

Lo que sigue es anecdótico y no es un estudio científico. No obstante, en mi experiencia al relacionarme con matemáticos, físicos e ingenieros, calculo que alrededor del 80% de los matemáticos se inclinan a un punto de vista platonista[2]. Los físicos, por el contrario, tienden a tener un punto de vista no-platonista cerrado. Un conjunto de físicos a menudo aparecerán como platonistas en público, pero cuando se les presiona en privado a menudo puedo extraer de ellos una confesión no platonista.

Los ingenieros por lo general son abiertamente no platonistas. ¿Por qué? Centrándonos en ingenieros eléctricos y electrónicos, como un ejemplo clave, el ingeniero está muy familiarizado con el arte de la aproximación. Un ingeniero está capacitado para ser consciente de la fragilidad de cada modelo y sus límites cuando se descompone. Por ejemplo, sabemos que los circuitos que agrupan modelos sólo son buenos para bajas frecuencias.

Un ingeniero también es plenamente consciente de la creación artificial en muchos modelos. Por ejemplo, un circuito equivalente sólo modela las entradas y salidas de un circuito e ignora todos los detalles internos. Por otra parte, el ingeniero sabe las condiciones en las que pueden explotarse estas simplificaciones.

Un ingeniero a menudo tiene control sobre su "universo" en el que si un simple

[1] *Esto explica el título invertido del presente artículo, "La ineficacia razonable de las matemáticas"*

[2] *El lector interesado puede revisar [4] para una visión divertida de la posición de no-Platonista y [5] para una perspectiva Platonista.*

modelo lineal no funciona, el ingeniero, en muchos casos, puede forzar un artilugio, por diseño, para operar dentro de una región lineal restringida. Así, cuando un ingeniero no puede aproximar la linealidad, él a menudo linealiza por decreto u orden.

Un matemático platonista de cada diez sostiene que el número π es una entidad verdadera, alegando que un círculo geométrico es una construcción concreta que existe independientemente del universo. Un ingeniero, por otra parte, no tiene dificultad en ver que hay no hay tal cosa como un círculo perfecto en ninguna parte del universo físico y así π es simplemente una construcción mental útil.

Además del círculo, muchas otras formas matemáticas ideales como funciones delta, funciones de paso, sinusoides, etc., están en la caja de herramientas matemáticas que un ingeniero utiliza diariamente. Como el círculo, el ingeniero considera las funciones delta y para el caso, todas las funciones, como entes ideales que no existen en el universo. Sin embargo, son útiles para hacer predicciones suficientemente exactas, aunque aproximadas.

Un físico puede tener pesadillas con el estudio de un texto electrónico estándar, al encontrar el uso de tiempos negativos en la teoría de filtros no causales. Sin embargo, un ingeniero no platonista no tiene reparos sobre tales transformaciones en espacios negativos, ya que no existe ninguna realidad última allí. Estos son constructos mentales de todo y se tratan de manera utilitaria, producen los resultados necesarios para el diseño del sistema.

En el artículo de Hamming hay un asombro sobre el surgimiento natural de los números complejos en muchas áreas de la física y la ingeniería, instándole a sentir que "Dios hizo el universo de números complejos" [3]. Sin embargo, para el ingeniero, el número complejo es simplemente una conveniencia para describir rotaciones [7], y, por supuesto, las rotaciones se ven por todas partes en nuestro mundo físico. Así, la ubicuidad de los números complejos no es mágica en absoluto. Como ha sido señalado por Chappell et al [8] la notable fórmula de Euler $e^{j\pi}=-1$ es algo desmitificada una vez que uno se da cuenta de que meramente indica una rotación por p radianes lo cual es simplemente un reflejo o una multiplicación por -1.

Los ingenieros utilizan a menudo matemáticas interesantes en espacios totalmente no físicos. Por ejemplo, el enfoque de la máquina de apoyo vectorial (SVM) para clasificar señales consiste en transformar datos físicos a espacios dimensionales más altos no físicos y la búsqueda de los hiperplanos óptimos de que separan los datos. En telecomunicaciones, la teoría de codificación también puede explotar los espacios de mayor dimensión [9]. En ambos ejemplos, los resultados físicamente útiles resultan de abstracciones enteramente mentales que carecen de análogos en el universo físico.

II - ¿Tienen los Fractales su Propia Existencia?

Roger Penrose, un matemático platonista, sostiene que un patrón fractal es prueba de una entidad matemática que tiene una existencia propia [6]. Es que el matemático no puede prever un fractal hermoso, antes de aplicar una ecuación iterativa simple que la explique. Por lo tanto, un patrón fractal no es una construcción mental, pero tiene su propia existencia en el plano platónico esperando a ser descubierto.

Una primera objeción es que hay un número infinito de maneras de mostrar los datos de un fractal, y que para "ver" un fractal tenemos que mostrar antropocéntricamente los datos en la manera que se vean atractivos a nuestros sentidos. ¿tal vez para un extraterrestre, un patrón al azar basado en ruido blanco pudiera ser más hermoso?

Una segunda objeción es que de un número infinito de ecuaciones iterativas posibles, tal vez sólo un número despreciable de ellas conduzcan a patrones fractales y una cantidad aún menor sean atractivos a los seres humanos. Tomemos la analogía de una secuencia aleatoria de dígitos. Sabemos que cualquier secuencia aleatoria infinita codifica todas las obras de Shakespeare y el conocimiento del mundo. Si nosotros preseleccionamos las piezas atractivas de una secuencia al azar, de hecho hemos hecho trampa.

Al final del día, un determinado conjunto de reglas que se convierte en un elegante fractal realmente no es diferente a decir, el conjunto de reglas que forman el juego de ajedrez o generan un autómata celular interesante. El conjunto de movimientos en una partida de ajedrez es evidentemente interesante y rico hermoso para nosotros, pero esa belleza no es ninguna evidencia de que el ajedrez en sí mismo tenga una existencia platónica propia. Claramente, las reglas del ajedrez son puramente un producto artificial de la mente humana y no intrínseca a la naturaleza.

Un platonista argumentará que las formas matemáticas emergen de un conjunto de axiomas que existen independientemente de nuestro conocimiento de ellos. Esta situación no es diferente a nuestra falta de conocimiento de primer plano de un patrón fractal, antes de hacer ejercicio la ecuación original. ¿Qué podemos decir de los axiomas en si mismos? Sostengo que también son abstracciones mentales, y se da un ejemplo en la sección V para ilustrar que incluso el simple recuento de objetos tiene sus límites físicos. Así, axiomas basados en el supuesto de conteo simple no son universalmente verdaderos.

III – La Ineficacia de las Matemáticas

Hasta ahora, hemos argumentado que la matemáticas son una abstracción meramente mental que sirve a propósitos útiles. Una respuesta más para responder al pensamiento de Wigner de que la efectividad de las matemáticas constituye un "milagro" es sugerir que esta efectividad puede estar exagerada.

Lo que estamos encontrando en ingeniería electrónica que es lo que modelamos matemáticamente para describir nuestros sistemas cambia radicalmente a medida que nos aproximamos a la nanoescala y más allá. En la década de 1970, cuando el transistor MOSFET, las longitudes eran del orden de micrómetros, fuimos capaces de derivar los primeros principios físicos mediante elegantes fórmulas analíticas las ecuaciones que describen el comportamiento de transistor, permitiéndonos diseñar circuitos de trabajo. Hoy en día, producimos transistores en la escala submicrométrica profunda, y estas ecuaciones analíticas ya no son utilizables, por cuanto se han inundado con demasiados efectos complicados de mayor orden que ya no pueden ser descuidados en esa pequeña escala. Así, en la práctica, nos volvimos a modelos empíricos que están incrustados en los programas de simulaciones para el diseño de circuitos actuales. Las matemáticas analíticas tradicionales simplemente no describen el sistema en una forma compacta.

Otro ejemplo es el uso de las ecuaciones de Maxwell para el modelado de estructuras y dispositivos electromagnéticos integrados. En dispositivos modernos, debido a la complejidad del diseño, ya no se recurre a cálculos analíticos; en lugar de ello, ahora el estándar está constituido por programas de simulación electromagnética que utilizan métodos numéricos.

El punto aquí es que cuando llevamos a cabo operaciones de ingeniería en diferentes circunstancias, cambia la forma en que utilizados las matemáticas. A menudo la realidad es que cuando los métodos analíticos se vuelven demasiado complejos, simplemente recurrimos a simulaciones y modelos empíricos.

Los platonistas señalarán que la ley del cuadrado inverso de la gravitación es espectacularmente exacta en predecir el comportamiento de los planetas cercanos y estrellas distantes a lo largo de una gran escala. ¿Cómo siempre, no se trata otra vez de un caso auto elegido y condicionado a la fascinación humana por un número cuadrado? Además, debido a la estocasticidad inherente en cualquier sistema físico, al final del día, podemos solo verificar experimentalmente siempre la ley del cuadrado inverso dentro de una cierta exactitud. Mientras que la visión newtoniana de la gravitación es un modelo espectacularmente exitoso, no abarca lo que creemos que es la realidad subyacente; ha sido superado por los espacios curvos de 4D de la relatividad general, y ahora es el punto de vista dominante hasta que tengamos una teoría mejor.

Téngase en cuenta que las matemáticas tienen menor éxito en la descripción de sistemas biológicos y mucho menos en la descripción de sistemas económicos y sociales. Pero estos sistemas han surgido y están contenidos dentro de nuestro universo físico. ¿Podría ser que son más difíciles de modelar simplemente porque adaptarse y cambiar en escalas de tiempo humanas, así como la búsqueda de propiedades invariantes útiles sea más difícil?, ¿Podría ser que el universo inanimado no es diferente, pero pasa a operar en un plazo de tiempo tan grande que en nuestro antropocentrismo lo vemos con la ilusión de invariancia?

Un dispositivo de recolección de energía que está en equilibrio térmico no puede extraer energía neta o trabajo de su medio ambiente circundante. Sin embargo, si imaginamos que la vida humana es ahora representada a la escala temporal de una fluctuación térmica, el dispositivo tiene ahora la ilusión de realizar un trabajo. Identificamos al sol como fuente de energía para nuestro planeta, en parte porque su vida útil es mucho más larga que la escala de vida humana. Si la vida humana fuese tan larga como la del universo mismo, tal vez nuestro sol nos parecería una fluctuación de corta duración que rápidamente alcanza el equilibrio térmico con nuestro planeta y consigo mismo hasta "explotar" a una gigante roja. Estos ejemplos extremos muestran cómo nuestras escalas antropocéntricas pueden afectan el cómo hacemos un modelo de nuestro entorno físico.

Primera proposición de Hamming: vemos lo que buscamos.

Hamming sugiere aquí que abordamos problemas con un cierto aparato intelectual, y, por lo tanto, seleccionamos antropocéntricamente aquello a lo que podemos aplicar nuestras herramientas [3]. Nuestro foco cambia de lugar en cuanto disponemos de nuevas herramientas. En los últimos años, con los paradigmas emergentes de sistemas complejos y minería de datos grandes supuestos, tradicionales de las matemáticas tiene un papel más pequeño y grandes esfuerzos de fuerza bruta informática se utilizan para identificar los patrones que estamos buscando.

Segunda proposición de Hamming: seleccionamos el tipo de matemáticas que buscamos

Aquí, Hamming señala que adaptamos las matemáticas al problema que tenemos a mano [3]. Un conjunto determinado de herramientas matemáticas para un problema no necesariamente funciona para otro. La historia de las matemáticas muestra un desarrollo continuo; por ejemplo, primero vinieron los escalares, luego desarrollamos vectores y tensores, y así sucesivamente. Tan rápido como las matemáticas se quedas cortas, inventamos nueva matemática para llenar la brecha.

Por el contrario, un platonista sostendría para explicar la no innatividad de las matemáticas señalando que nosotros a veces inventamos matemáticas útiles antes de que sea necesaria. Por ejemplo, Minkowski y Riemann desarrollaron la teoría de espacios curvos 4-D en abstracto, antes de que Einstein les encontrara utilidad para la relatividad general. Sostengo que esta falta de connaturalidad es ilusoria, ya que tenemos la cereza escogida, esto es, una coincidencia exitosa de una multitud de muchos más casos que no son tan fortuitos.

Tercera proposición de Hamming: La ciencia responde comparativamente pocos problemas

Teniendo en cuenta la experiencia humana entera, el número de cuestiones que son manejables con la ciencia y las matemáticas son sólo una pequeña fracción de todas las preguntas posibles que podemos formular. El Teorema de Gödel también establece límites sobre cuánto podemos realmente probar. Las matemáticas pueden reflejar la ilusión de éxito cuando estamos preseleccionando el subconjunto de los problemas a los que hemos encontrado una forma de aplicar las matemáticas.

Un ejemplo de ello es el predominio de sistemas lineales. Se han hecho impresionantes progresos con sistemas lineales, debido a la posibilidad de invocar el principio de superposición de resultados mediante elegantes tratamientos matemáticos. Por otra parte, la evolución en sistemas no lineales ha sido ardua y presenta mucho menos éxito. Si centramos nuestra atención en sistemas lineales, entonces hemos preseleccionado el subconjunto de problemas que en matemáticas son muy exitosos.[3]

Cuarta proposición de Hamming: la evolución del hombre proporciona el modelo

Una posibilidad es que la búsqueda de la supervivencia ha seleccionado los individuos que son capaces de seguir cadenas de razonamiento para comprender la realidad local. Esto implica que el aparato intelectual que utilizamos es de alguna manera ya apropiado. Hamming, señala que, en cierta medida, sabemos que estamos mejor adaptados para analizar el mundo en nuestra escala humana, dado que parece que tenemos mayores dificultades en razonar los aspectos de nuestro universo que se refieren a escalas muy pequeñas o muy grandes.

---

[3] *Uno podría señalar que muchos procesos fundamentales aproximan con bastante éxito a modelos lineales, y otra vez esto puede parecer la magia de Wigner. ¿Sin embargo, esto no es autorreferencial? Lo que los humanos consideramos como " fundamental" tienden a ser aquellas cosas que aparecen en primer lugar lineales.*

Modelos de físicos como una compresión de la naturaleza

Hay un quinto punto que podríamos añadir a las cuatro proposiciones de Hamming, y es que todas las leyes físicas y las expresiones matemáticas de esas leyes son una compresión o representación compacta. Son necesariamente comprimidas debido a las limitaciones de la mente humana. Por lo tanto, están comprimidos de manera adecuada para el intelecto humano. El mundo real es intrínsecamente ruidoso y tiene un componente estocástico, así que los modelos físicos son idealizaciones con los bordes ásperos quitados.

Así, cuando "descomprimimos" un sistema de ecuaciones, para resolver un problema determinado, obtendremos un resultado idealizado que no coincidirá totalmente con realidad. Esto puede ser imaginado como descomprimir un video que inicialmente fue sometido a compresión con pérdida. Siempre habrá fuga de información con las pérdidas, pero siempre los hemos desechado porque los efectos son pequeños y nuestros resultados serán útiles.

La lucha darwiniana por la supervivencia de las Ideas

Un sexto punto que podemos agregar a la lista de Hamming es que el sentido de "magia" de Wigner puede ser exorcizado si vemos que el éxito matemático aplica sólo a un grupo de modelos preseleccionados. Considerando los millones de modelos fallidos en las mentes de los investigadores, a lo largo de la historia, que nunca vieron luz en el papel porque estaban equivocados. Tendemos a publicar los que han sobrevivido a algún nivel de justificación experimental. Así, este proceso de selección darwiniano de resultados da la ilusión de éxito automático; nuestros modelos exitosos simplemente se seleccionan de muchos modelos fallidos.

Tomemos la analogía del pasajero en un tren, tirando de la palanca de parada de emergencia, salva la vida de una persona en la vía del ferrocarril; Esto parece un milagro. Sin embargo, no hay ningún milagro cuando nos fijamos en que previamente mucha más gente ha hecho detener trenes al azar en otras ocasiones sin salvar vidas. Un genio simplemente es aquel que tiene una gran idea, pero tiene el sentido común para guardar silencio sobre sus otros mil pensamientos locos.

IV. ¿Qué pasa con los extraterrestres?

Los matemáticos platonistas señalan a menudo que una civilización hipotética extraterrestre tiene mayor probabilidad de descubrir el numero π y ponerlo a buen uso en su matemática extraterrestre. Esto se usa para argumentar que π tiene su propia existencia platónica, dado que está "ahí afuera" y cualquier extraterrestre la podría descubrir independientemente.

¿Los extraterrestres necesariamente conocen el numero π? ¿o incluso, los extraterrestres tienen nuestra misma visión de la física?

Dada la sencillez de los objetos geométricos tales como círculos y cuadrados ideales, una raza alienígena puede de hecho visualizarlos fácilmente. Sin embargo, esto no es cierto para todos nuestros objetos matemáticos, especialmente para aquellos con alta complejidad. Por ejemplo, una raza alienígena pudiera no encontrar el sistema de Mandlebrot, y puede que ni siquiera se tomen un pausa para encontrarlo interesante si encontrasen por casualidad.

Una raza alienígena podría felizmente tener su física e ingeniería sin requerir la invención de una función delta. Los extraterrestres quizás han parametrizado todas sus variables físicas de una forma más inteligente, y si tuviéramos que comparar encontraríamos que una de nuestras variables sería sorprendentemente redundante.

Tal vez no todos los extraterrestres tengan un gusto por las idealizaciones, ni por la navaja de Occam. Tal vez todas sus ecuaciones físicas sean estocásticas por naturaleza, modelado de tal modo en forma realista todo fenómeno físico con el ruido inherente.

Uno puede hipotetizar también sobre una raza alienígena superinteligente sin necesidad de largas cadenas de razonamiento matemático analítico. Tal vez sus cerebros sean tan poderosos que saltan directamente a realizar grandes simulaciones numéricas, basadas en modelos empíricos, en sus cabezas. Así que la cuestión de la eficacia de las matemáticas, tal como la conocemos, no tendría ningún significado para ellos. Este experimento hipotético también ilustra que las matemáticas humanas nos sirven para proporcionar la necesaria comprensión de representación requerida por nuestra capacidad cerebral limitada.

V. Un plátano, dos plátanos, tres plátanos, cuatro

Comparto profundamente el asombro de Hamming en la abstracción de los números enteros para contar[3]. Observar que seis ovejas más siete ovejas hacen 13 ovejas es algo que no doy por sentado para cualquiera.

Un ejemplo aparentemente simple para ilustrar las limitaciones de la correspondencia entre la matemática ideal y la realidad es diseccionar la idea de conteo simple. Imagine contar una secuencia de, digamos, plátanos. ¿Cuándo termina el final de una banana y comienza el inicio de la próxima? Creemos que lo sabemos visualmente, pero definirlo formalmente requiere una decisión arbitraria de qué densidad mínima de moléculas de plátano debemos detectar para decir que no tenemos ningún plátano.

Para ilustrar esto a su lógica extrema, Imagínese un hipotético mundo donde los seres humanos no son sólidos sino gaseosos y viven en las nubes. ¿Seguramente, si evolucionamos en ese entorno, nuestras matemáticas no se acoplaría tan fácilmente a los enteros? Esto se relaciona con la cuarta Proposición de Hamming, donde nuestra evolución ha jugado un papel en las matemáticas que hemos elegido.

Consideremos los límites físicos al recuento de un número muy grande de plátanos. Imaginar que queremos experimentalmente verificar la correspondencia 1 a 1 entre la línea del número entero, para N grande, con una secuencia de plátanos físicas. Podemos contar los plátanos, pero para N muy grande, necesita memoria para almacenar ese número y mantenerlo incrementando. Cualquier memoria física estará siempre sujeta a errores de un bit y ruido, y, por lo tanto, hay límites físicos reales al proceso de conteo.

Un límite físico absoluto es cuando N es tan grande que hunde la atracción gravitatoria de todos los plátanos en un agujero negro[4]. Así, la línea de los números enteros carece de realidad absoluta. Davies va un paso más allá y sostiene que los números reales

[4] Es de interés señalar aquí que Lloyd ha explotado los agujeros negros para explorar los límites físicos de los procesos de cómputo [10].

también son una ficción; no puede ser cosificadas como el universo pudiendo almacenar como máximo 10^{122} bits de información [11].

VI. No Platonismo Fuerte

A los efectos de este ensayo, libremente hemos etiquetado al platonismo matemático como la posición de que existen objetos matemáticos ideales y están a la espera de ser descubiertos. Similarmente, las leyes físicas son también cosificadas.

Lo que vagamente llamamos como no platonismo es la opinión de que las matemáticas son un producto de la imaginación humana y que todas nuestras leyes físicas son imperfectas. La naturaleza es lo que es, y por leyes físicas entendemos, por supuesto, a la compresión del hombre de la naturaleza.

Se le presenta ahora al lector el no-platonismo fuerte, en el que todas las leyes físicas están manchadas con el antropocentrismo y todos los modelos físicos no tienen ningún valor real interpretativo. El valor interpretativo de la física es puramente ilusorio. Después de todo, un haz de luz que pasa a través de una rendija no sabe nada de la transformada de Fourier; es una construcción humana sobrepuesta.

Imagine partículas 3D pasando a través de un universo de 2D. Una planilandia 2-D [12] puede crear bellas interpretaciones, que incluso pueden tener en algunos casos exactitud predictiva, con respecto a estas partículas misteriosas que aparecen, cambian de tamaño y luego desaparecen. Pero estas interpretaciones son en cierta medida ilusorias e incompletas en el mejor de los casos.

En nuestro mundo, estamos atrapados en escalas de longitud humanas, escalas de poder humano y escalas de tiempo humano. Hemos creado ingeniosos instrumentos que extienden nuestro alcance, pero somos desesperadamente carecemos de omnipotencia.

En algunos casos, podemos construir a sabiendas un conjunto de modelos con valor interpretativo imaginario puramente para conveniencia. Por ejemplo, podemos medir la velocidad efectiva de masa y deriva de huecos en un semiconductor, sabiendo completamente bien que los agujeros semiconductores son un artificio imaginario. Los usamos como un dispositivo mental porque proporcionan un atajo directo a las ecuaciones predictivas con las que podemos diseñar dispositivos.

John von Neumann declaró todo esto más sucintamente: "las ciencias no tratan de explicar, ni siquiera tratan de interpretar, principalmente confeccionan modelos. Por un modelo se entiende una construcción matemática que, con la adición de ciertas interpretaciones verbales, describe fenómenos observados. La justificación de tal construcción matemática es sólo y precisamente que se espera que funcione." [13].

VII. Inmutabilidad

Otra forma de ver la potencial fragilidad de las "leyes" físicas creadas por el hombre es preguntarnos ¿qué principios en física son sagrados e inmutables? Dejo esto como un ejercicio para el lector. Sin embargo, cuando intenté el experimento mental pude estirar mi imaginación para permitir una violación de todo lo que sabemos. En alguna escala grande o pequeña de cualquier conjunto de parámetros, uno puede imaginar rupturas en las leyes, tales como las conocemos.

¿Hay algo que podemos retener como inviolable bajo cualquier circunstancia? ¿Qué pasa con la navaja de Occam? Me gustaría sostener la navaja de Occam como inmutable, pero me temo que también puede ser integrado con el antropocentrismo. Cuando se trata de clasificar datos físicos, se sabe que Dios no siempre se afeita con la navaja de Occam [14]. ¿Podría ser que, como el cerebro humano exige una compresión de la naturaleza, la navaja de Occam es nuestra herramienta mental para tamizar las representaciones compactas?

VIII. Una Historia Personal

Como este es un artículo de opinión, sería pertinente entender de dónde provienen mis opiniones. Tengo un recuerdo distinto de estar jugando sola en el piso, a la edad de cuatro, con un gran número de cajas de cartón esparcidas por toda la habitación. Conté las cajas. Luego, las conté otra vez y obtuve un número diferente. Repetí esto algunas veces obteniendo números diferentes. Esto me excitó porque pensaba que era magia y que iban apareciendo y desapareciendo cajas. Pero la magia desapareció lamentablemente y finalmente seguí obteniendo un conteo de la misma cantidad. En pocos minutos llegué a la conclusión que mi conteo inicial era inexacto y que lamentablemente nunca hubo ninguna magia. Esta fue mi primera lección autodidacta en la repetición de experimental y la eliminación de la magia de la ciencia.

En la escuela primaria y secundaria, matemáticas era mi materia favorita, aunque pasé demasiados años preocupándose por el concepto de infinito. Ponerle un límite al infinito era algo que simplemente solía hacer mentalmente, lo que disminuía mi deseo de abrazar violentamente un concepto tan indigerible. Luché con la aceptación de los números negativos y elevar números a la potencia de cero me parecía absurdo[5]. Recuerdo un gran sentimiento de decepción cuando me dijeron que no se podían dividir vectores. Algo no estaba del todo bien, pero luego no pude reconocerlo con exactitud. Después todos los números complejos tienen una dirección y una magnitud, sin embargo se pueden dividir. Cuantas más matemáticas aprendí más me parecían un batiburrillo artificial de diversas herramientas, en lugar de un orden divino.

Mientras que amaba la belleza de las pruebas matemáticas y su búsqueda, me preocupó de que cada prueba requería una especie de artesanía creativa ad hoc; no había ningún recetario celestial. La naturaleza de las pruebas me comenzaron a aparecer filosóficamente sospechosas, por ejemplo, ¿realmente sabemos si una prueba es correcta si es demasiado largo? Una demostración matemática es la expresión de que una proposición es correcta con un nivel de certeza tal que dos matemáticos en algún lugar en el mundo pueden comprenderlo; es broma, por supuesto, pero la prueba del último teorema de Fermat se acerca posiblemente a ese límite.

A la edad de 19, en mi biblioteca de la Universidad durante mi licenciatura, me encontré en un libro que cambió mi vida. En su introducción, indicaba que las matemáticas es un producto de la mente humana. Obviamente, todos mis maestros debieron haber sido matemáticos platónicos, nunca había escuchado tan extravagante afirmación antes. De inmediato, levantó una gran carga de mis hombros y mi conversión al no-platonismo fue instantánea. Esto fue el camino hacia la experiencia de Damasco para mí, y mis dificultades

[5] *En retrospectiva, me sorprendo de la forma como mi mentalidad era tan del siglo XVI. Voy a argumentar que los estragos del platonismo nos pueden ajustar a ese molde.*

filosóficas que me habían seguido como fantasmas desaparecieron.

Como acertadamente sostiene Hamming, “los postulados de las matemáticas no estaban en las tablas que Moisés trajo del Monte Sinaí" [3].

IX. ¿Por Qué no Solo te Callas y Calculas?

¿Por qué debemos preocuparnos acerca de la naturaleza de las matemáticas? Mi historia personal ilustra que hay una mayor libertad de pensamiento, una vez que nos damos cuenta de que las matemáticas son algo enteramente inventado a medida que avanzamos. Esta visión puede hacernos avanzar y nos libra de una camisa de fuerza intelectual. Con los grilletes quitados, podemos manipular proactivamente, mejorar y aplicar las matemáticas a un ritmo mayor.

Si descartamos la idea de que las matemáticas nos fueron entregadas grabadas en tablas de piedra, podemos ser más atrevidos con ellas y pasar a reinos a los que se pensaba eran imposibles. Imaginen donde podríamos estar ahora si los siglos de debate sobre números negativos se hubieran resuelto antes.

Otro problema con las matemáticas hoy es la falta de uniformidad en las herramientas que utilizamos. Por ejemplo, tenemos el plano cartesiano y el plano de Argand. Son isomorfos uno al otro, así que ¿por qué debemos tener ambas cosas? Contamos con números complejos y cuaterniones. Tenemos escalares, vectores y tensores. Entonces, tenemos un tejido algo torpe y productos cruzados, donde el producto cruzado no se generaliza a dimensiones superiores.

Hoy resulta ser un accidente histórico que la notación de vector con punto y producto cruzado que fue promovida por Gibbs y Heaviside, nos da un grupo bastante heterogéneo de diferentes objetos matemáticos.

El álgebra geométrica de Clifford, por el contrario, unifica todas estas formas matemáticas [8], [15] [17]. Utiliza ejes de Cartesianos y sustituye a números complejos, cuaterniones, escalares, vectores y tensores con un objeto matemático llamado el multivector. Los productos de punto y cruz son reemplazados con una sola operación llamada el producto geométrico. Este nuevo tipo de producto es elegante y sigue las normas elementales para la multiplicación de los corchetes, con la regla adicional de que los elementos no conmuten. No se pueden dividir vectores tradicionales, pero los multivectores no tienen esta restricción. Todas las propiedades se extienden naturalmente a dimensiones superiores, y así las limitaciones del producto cruzado son superadas. Este formalismo es por tanto sencillo y potente, y ofrece compresión matemática mejorada ajustada para la limitada mente humana.

Mientras que este enfoque ha existido desde 1873, ha sido en gran parte un punto de vista hipotético, en tanto Gibbs y Heaviside favorecieron al punto y productos cruzados. Sin embargo, en física, ingeniería e informática hay un emergente interés en revivir estas matemáticas debido a su potencia y sencillez. Para ello, nos anuncian un documento tutorial sobre álgebra geométrica para ingenieros eléctricos y electrónicos que será publicado en las actas de la IEEE en una fecha posterior [18].

X. Conclusión

La ciencia es una forma moderna de alquimia que genera riqueza mediante la producción de la comprensión para permitir la habilitación de los productos valiosos de los ingredientes base. La ciencia es una forma de alquimia meramente funcional que ha tenido unas pocas asunciones incorrectas fijas, pero ha, en su arrogancia, las ha reemplazado con los más insidiosos. El mundo de la naturaleza tiene la extraña costumbre de sorprendernos; siempre ha demostrado ser más extraño de lo que muchos de nosotros le damos crédito.

Las matemáticas son un producto de la imaginación que a veces funciona en modelos simplificados de la realidad. El Platonismo es una forma viral de reduccionismo filosófico que rompe conceptos holísticos en dualismos imaginarios. Sostengo que una vez levantado el velo del platonismo matemático se acelerará el progreso. En Resumen, no existen ideales platónicos; sin embargo, existen simplificaciones elegantes ad hoc y son de utilidad siempre que permanecemos conscientes de sus limitaciones.

Las matemáticas son una invención humana para describir patrones y regularidades. Resulta que las matemáticas son entonces una herramienta útil en la descripción de regularidades que vemos en el universo. La realidad de las regularidades y las invarianzas, que utilizamos, pueden ser un poco fastidiosas, pero como son suficientemente rígidas en las escalas de interés de los seres humanos, entonces otorgan una sensación de orden.

Reconocimientos

Este trabajo está basado en una charla el autor presentó en un taller titulado la naturaleza de las leyes de la física, 17 de diciembre 19, 2008, Universidad de estado de Arizona (ASU), Phoenix, AZ, USA. El autor desea agradecer a todos los asistentes que comentarios útiles a favor y en contra del platonismo incluyendo: S. Aaronson del Massachusetts Institute of Technology (MIT, Cambridge, MA, USA); P. C. W. Davies de ASU; G. F. R. Ellis de la Universidad de Cape Town (ciudad del cabo, Sudáfrica); G. J. Chaitin de IBM (Armonk, NY, USA); A. J. Leggett, de la Universidad de Illinois en Urbana Champaign (UIUC, Urbana, IL, USA); N. D. Mermin, de la Universidad de Cornell (Ithaca, NY, USA); L. Susskind de Stanford University (Stanford, CA, USA); y S. Weinstein de la Universidad de Waterloo (Waterloo, ON, Canadá). El autor también está agradecido por un número de discusiones formativas sobre el tema, a lo largo de los años, con C. Shaliziof Universidad Carnegie-Mellon (CMU, Pittsburgh, PA, USA) y la P. W. C. Davies de ASU. Un agradecimiento especial va a A. J. Leggett de UIUC, para señalar el problema del entero contando en el caso de seres hipotéticos gaseosos. Tony, a su vez, se inspiró en Hawkins [19]. El autor desea agradecer también a K. Wiesenfeld del Georgia Tech (Atlanta, GA, USA), para su pensamiento el experimento de un extraterrestre con poderes mentales computacionales suficientes para simular el medio ambiente. El autor pidió a un numero de colegas revisar versiones anteriores de este artículo, con las instrucciones estrictas a ser brutales. Agradece a R. E. Bogner, J. M. Chappell, P. C. W. Davies, B. R. Davis, G. F. R. Ellis, M. D. McDonnell, A. P. Flitney, C. Mortensen y W. F. Pickard por suministrar graciosa brutalidad en el espíritu de debate.

REFERENCIAS

[1] A. Einstein, Geometrie und Erfahrung. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1921.

[2] E. P. Wigner, ''The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences,'' Commun. Pure Appl. Math.,vol. XIII, pp. 1–14, 1960.

[3] R. W. Hamming, ''The unreasonable effectiveness of mathematics.,'' Amer. Math. Monthly, vol. 87, no. 2, pp. 81–90, 1980.

[4] D. C. Stove, The Plato Cult and Other Philosophical Follies. Oxford, U.K.: Blackwell, 1991.

[5] S.C. Lovatt, New Skins for Old Wine: Plato´s Wisdom for Today`s World. Boca Raton, FL, USA: Universal, 2007.

[6] R. Penrose, The Road to Reality: A Complete Guide Guide to the Laws of the Universe. NY, USA: Knopf, 2004.

[7] E. O. Willoughby, ''The operator j and a demonstration that cos q + j sinq = e jq" in Proc. Inst. Radio Electron. Eng., vol. 26, no. 3, pp. 118–119, 1965.

[8] J. M. Chappell, A. Iqbal, and D. Abbott, Geometric Algebra: A Natural Representation of Three-Space. [Online]. Available: http:// arxiv.org/pdf/1101.3619.pdf

[9] M. El-Hajjar, O. Alamri, J. Wang, S. Zummo, and L. Hanzo, ''Layered steered space-time codes using multi-dimensional sphere packing modulation,'' IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 8, no. 7, pp. 3335–3340, Jul. 2009.

[10] S. Lloyd, ''Ultimate physical limits to computation,'' Nature, vol. 406, no. 6799, pp. 1047–1054, 2000.

[11] P. C. W. Davies, The Goldilocks Enigma: Why Is the Universe Just Right for Life? London, U.K.: Penguin, 2007.

[12] E. A. Abbott, Flatland: A Romance of Many Dimensions. London, U.K.: Seeley, 1884.

[13] J. von Neumann, ''Method in the physical sciences,'' in The Unity of Knowledge,L. Leery, Ed. New York, NY, USA: Doubleday, 1955, pp. 157–164.

[14] H. Bensusan, ''God doesn't always shave with Occam's razor Learning when and howto prune,'' in Lecture Notes in Computer Science. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1998, vol. 1398, pp. 119–124.

[15] D. Hestenes, New Foundations for Classical Mechanics: Fundamental Theories of Physics. New York, NY, USA: Kluwer, 1999.

[16] S. Gull, A. Lasenby, and C. Doran, ''Imaginary numbers are not real The geometric algebra of spacetime,'' Found. Phys., vol. 23, no. 9, pp. 1175–1201, 1993.

[17] M. Buchanan, ''Geometric intuition,'' Nature Phys., vol. 7, no. 6, p. 442, 2011.

[18] J. M. Chappell, S. P. Drake, L. J. Gunn, A. Iqbal, A. Allison, and D. Abbott, ''Geometric algebra for electrical and electronic engineers,'' in Proc. IEEE, 2014.

[19] D. Hawkins, The Language of Nature.San Francisco, CA, USA: Freeman, 1964.